<학술논문> DOI https://doi.org/10.3795/KSME-B.2019.43.4.277 ISSN 1226-4881(Print)
2288-5234(Online)

측정 노이즈가 수반된 생체운동역학 데이터 분석을 위한 위상차복원법에 관한 연구

김세영*† · 박철훈* · 김병인*
* 한국기계연구원 로봇메카트로닉스연구실

Study on Phase Space Reconstruction for Biomechanical Data Analysis

Seyoung Kim*†, Cheolhoon Park* and Byungin Kim*
* Dept. of Robotics and Mechatronics, Korea Institute of Machinery & Materials(KIMM)

(Received October 26, 2018 ; Revised January 5, 2019 ; Accepted January 21, 2019)

Key Words: Attractor(끌개), Phase Space Reconstruction(위상차복원법), Topological Transformation(토폴로지 변환), Isometry(등거리 변환), Mutual Information(상호정보량)

초록: 본 연구는 위상차복원법을 활용하여 주기성을 갖는 생체운동역학 데이터 분석 시 측정 노이즈 레벨에 따라 복원되는 데이터의 등거리 변환 특성이 이론적으로 어떻게 변화하는지를 고찰하기 위해 모델 시뮬레이션 기반으로 수행되었다. 먼저 동역학 시스템(N=10)의 상태값이 모두 끌개에 수렴하도록 시스템을 설계한 후 위상차복원법을 통해 해당 시스템의 시간 응답 궤적을 토폴로지 변환 하였다. 이때, 측정 노이즈 증가에 따른 등거리 변환 특성을 수치화하기 위해 각 시스템 별로 끌개 위에 존재하는 데이터 값 중 서로 다른 두 지점 2,000쌍을 표본 선정하여, 토폴로지 변환 전후의 두 지점 사이 거리값 변화를 계산하였다. 결과적으로 노이즈 레벨에 따른 등거리 변환 특성에 유의미한 차이를 보이지 않았으며, 이는 복원되는 궤적의 형태학적 정보들이 노이즈에 의해 심각하게 왜곡되지 않음을 의미한다.

Abstract: In this simulation study, we examined the effect of observation noise on isometry characteristics when periodic data (e.g., data from a human walking/running) were topologically transformed using phase space reconstruction. First, ten dynamical systems were structured to have state attractors with strictly imaginary conjugate pairs of eigenvalues; these were then mapped one-to-one on the reconstruction space. Second, the isometry characteristics defined as the change in the distance between two arbitrary points on the state trajectory before and after transformation were calculated for 2,000 cases with and without observation noise. Results showed that the isometry characteristics were not changed significantly with the level of observation noise, suggesting that the phase space reconstruction method could possibly be applied to analyze biomechanical data, regardless of the existence of a certain level of noise.

1. 서 론

인체 보행 시 개별 신체 부위(머리, 몸통, 다리 등)로부터 수집된 가속도는 추진과 충돌이 반복되는 보행 상황 가운데 신체 전 부위에서 발생하는 주기적인 움직임을 특정 부위로부터 관찰해낸 1차원 시변 데이터이다.[1] 즉, 해당 데이터는 본질적으로 N차원인 인체 시스템의 모션이 1차원으로 투영된 결과이기에 측정 부위뿐만 아니라 신체 각 부위의 움직임이 모두 반영되어 있다. 하지만, 복잡 다관절 형태인 인체의 특성상 1차원 시간 응답 데이터 만으로는 전체 시스템의 차원 및 동역학을 정확하게 파악할 수 없기에 특정 부위로부터 획득한 데이터를 역추적하여 전체 시스템과 연계해 해석하기는 상당히 어렵다.

위의 경우, 위상차복원법을 활용하면 역추적하기 어려운 원 시스템($\mathbb{R}^N$)의 시간 응답 궤적이 갖는 규칙성을 보다 쉽게 파악할 수 있다.[2~5] 위상차복원이란 동역학 시스템($\mathbb{R}^N$)의 상태값이 주기성을 가질 때, 즉 끌개(Attractor)를 형성할 경우 이를 1차원으로 관찰한 시간 응답 데이터(Single time

† Corresponding Author, seyoungkim@kimm.re.kr
Ⓒ 2019 The Korean Society of Mechanical Engineers

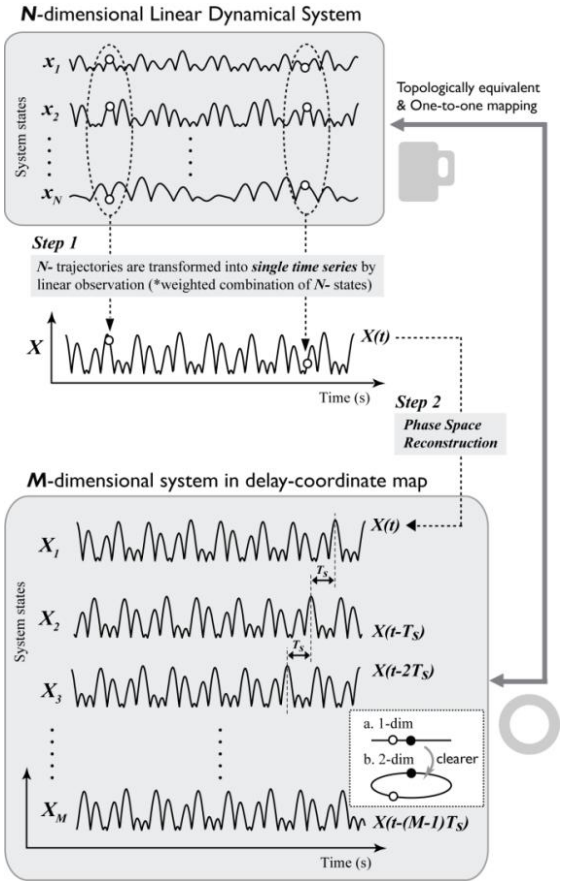

Fig. 1 Phase space reconstruction from *N*-dimensional dynamical system to *M*-dimensional system in delay coordinate map. *N*-state trajectories were observed as a single time series (step 1), then transformed into a set of *M* numbers of time delayed trajectories (step 2). After the mapping, the original system is topologically equivalent with the system transformed

series)를 토대로 *M*차원의 위상동형(Homeomorphic) 신호로 재구성하는 것을 뜻하며(Fig. 1),[6] 이 때 필요한 시간지연값은 원 신호와 지연된 신호의 상호정보량이 최소화 될 수 있도록 선정된다.[7,8] 위상동형이란 간단히 말해 형태는 다를 수 있지만 구조적으로는 동일하다는 의미이며, 양방향 연속인 일대일 대응 조건을 만족한다. 때문에 위상동형으로 사상(Mapping)된 시간 응답 궤적의 내재된 규칙성(e.g., Regularity)은 사상 되기 전 시스템의 그것과 동일하다. 하지만, 원 시스템의 시간 응답에 측정 노이즈가 수반되는 경우 위상차복원법의 사상 에러에 대한 논의는 그리 활발하게 진행되지 않았다.

본 연구에선 동역학 시스템($\mathbb{R}^N$)의 상태값을 위상차복원법을 통해 위상동형 사상(Homeomorphism) 또는 토폴로지 변환(Topological transformation)하여 *M*차원의 상태값으로 재구성할 때, 측정 노이즈가 등거리 변환(Isometry) 특성에 어떠한 영향을 미치는지 조사하였다. 등거리 변환 특성을 정량적으로 표현하기 위해 끌개 위에 존재하는 시변 상태값 궤적에서 서로 다른 두 지점 2,000쌍을 선정한 후 토폴로지 변환 전후의 두 지점 사이 거리값 변화비를 계산하였으며, 이후 평균값, 최대값, 최소값이 노이즈 레벨에 따라 어떻게 변화하는지 살펴보았다. 만약, 측정 노이즈가 등거리 변환 특성에 미치는 영향이 그리 크지 않다면, 전체 시스템의 차원이나 동역학을 파악하기 어렵고 기계시스템에 비해 상대적으로 노이즈에 취약한 생체운동역학 데이터를 분석하는데 위상차복원법이 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대하였다.

2. 실험 및 해석 방법

2.1 동역학 모델

주기성을 갖는 데이터를 재현하기 위해 초기값에 관계없이 시스템의 시변 상태값이 항상 끌개에 수렴하는 동역학 시스템(N=10)을 미분 방정식의 형태로 설계하였다[식 (1)].[9]

$$\dot{x}(t) = \Psi\left(x(t)\right), \quad where\ \ x(t) \in \mathbb{R}^6,\ \ \Psi:\ \mathbb{R}^6 \to \mathbb{R}^6 \tag{1}$$

각 동역학 시스템의 시스템 행렬($\Psi \in \mathbb{R}^{6\times 6}$)은 주어진 고유값($\lambda_{1\sim6}$)과 고유벡터($v_{1\sim6}$)로부터 고유치 분해(Eigen decomposition) 방식을 통해 계산되었는데[식 (2)], 이 때, 고유값은 임의의 순허수 세 쌍의 켤레 복소수로(i.e., $\lambda_{1,3,5} = -\lambda_{2,4,6}$), 고유벡터는 임의의 켤레 복소행렬로(i.e., $v_{1,3,5} = \overline{v_{2,4,6}}$) 랜덤하게 부여되었다. 특정한 일례로, 임의의 복소행렬 대신 정준 기저 벡터(Canonical basis vector)를 시스템의 고유벡터로 활용하면 상대적으로 주기성 관찰이 용이한 정렬된 형태의 끌개를 생성할 수 있다.[9]

$$\Psi = \mathbf{V}\Lambda\mathbf{V}^{-1} = \underbrace{\begin{bmatrix} v_1 & \cdots & v_6 \end{bmatrix}}_{\mathbf{V}} \underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_6 \end{bmatrix}}_{\Lambda} \underbrace{\begin{bmatrix} v_1 & \cdots & v_6 \end{bmatrix}^{-1}}_{\mathbf{V}^{-1}} \tag{2}$$

상태공간방정식 형태로 설계된 개별 동역학 시스템의 시변 상태값 시뮬레이션은 시간 응답 함수를 이용하여 수행하였으며(lsim, MATLAB®), 시뮬레이션 초기값은 $x_0 = \mathbf{V}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$ 이 사용되

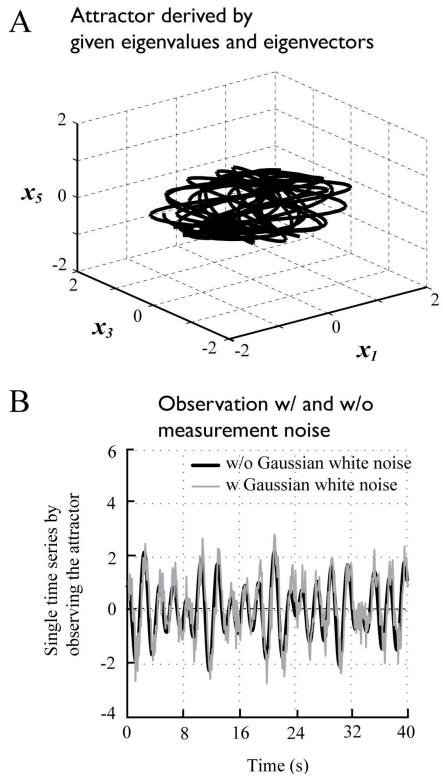

Fig. 2 (A) Example of an attractor of linear dynamical system ($\mathbb{R}^6$) with given eigenvalues ($\lambda_{1,2}$ = ±1.7219j, $\lambda_{3,4}$ = ±3.0387j, $\lambda_{5,6}$ = ±2.3297j) and eigenvectors (v_1=[-0.3000+0.2063j, -0.1577+ 0.0564j, 0.2641-0.3557j, -0.4119-0.0463j, 0.2356 + 0.4049j, 0.4221 - 0.2715j]^T, v_2 = conj(v_1), v_3 = [-0.1023 + 0.3772j, -0.1415 - 0.0977j, -0.0213 + 0.4381j, 0.3223-0.4998j, -0.3735-0.3372j, -0.1244-0.0529j]^T, v_4=conj(v_3), v_5=[0.2011+0.1088j, 0.3417 +0.3614j, -0.2292-0.1503j, -0.4514+0.4291j, 0.2408+0.3596j, 0.2173- 0.0533j]^T, v_6= conj(v_5)). (B) Single time series observed from the example system is shown in (A). The six trajectories are simply summed from the example attractor, with and without Gausian white noise (Mean = 0, Std = 0.2)

었다[Fig. 2(A)]. 또한, 상태값 측정 시 백색 노이즈 (Mean=0, Std≤0.2)가 선택적으로 수반될 수 있도록 프로그래밍 하였다[Fig. 2(B)]. 해당 노이즈 레벨은 성능이 검증된 범용 계측장비를 활용하여 생체역학 데이터를 수집할 때 보고된 바 있는 신호대 잡음비(Signal to Noise Ratio, SNR)를 토대로 선정되었다.[10~13]

2.2 토폴로지 변환(위상변환)

개별 동역학 시스템의 시간 응답을 토폴로지 변환하기 위해 관측행렬(h)과 시간지연행렬(Φ)이 포함된 위상차복원 맵($F: \mathbb{R}^{N=6} \rightarrow \mathbb{R}^M$)을 구성하였다[식 (3)].[9]

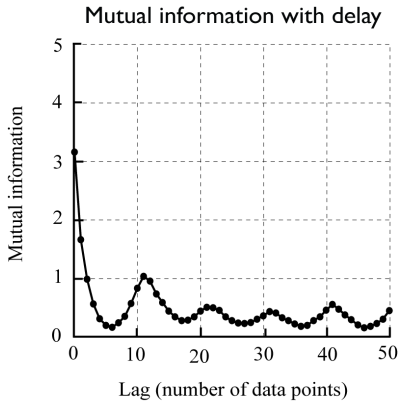

Fig. 3 Mutual information test to determine the sampling interval (=delay; T_s) of the observed single time series (in Fig. 2B) to be used for phase space reconstruction. The first minimum point (Lag = 6) is chosen as the sampling interval T_s = 6

$$F\left(x(t)\right) = [h^T x(t) \mid h^T x(t-T_s) \mid \ldots \mid h^T x(t-(M-1)T_s)]$$
$$= [\underbrace{h^T x(t)}_{no\ delay} \mid \underbrace{h^T \Phi x(t)}_{1^{st}\ delay} \mid \ldots \mid \underbrace{h^T \Phi^{(M-1)} x(t)}_{(M-1)^{th}\ delay}]$$
$$where\ h = \sqrt{(2 \cdot d)/M} \cdot \left(c/|c|\right),\ \Phi = e^{-\Psi T_s} \qquad (3)$$

위 식에서 관측행렬(h) 내 d, M은 관측값 정규화(Normalization)를 위한 스케일 팩터로써 각각 시스템 고유값의 켤레수(d=3), 매립 차원수를 의미하며, c는 시스템의 상태값들을 동일한 가중치로 더해 하나의 시간 응답(Single time series)으로 변환하는 기본 관측행렬($c = \left[1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\right]^T$)을 나타낸다. 또한, 시간지연행렬 (Φ) 내 T_s는 시간지연값 (Delayed sampling interval)을 나타내는데, 상호정보량 산출 방식을 통해 계산되었다(Fig. 3).[7,8]

2.3 등거리변환 특성치

등거리 변환 특성치(Q)는 동역학 시스템의 시간 응답 궤적 위에 있는 임의의 두 점 사이의 거리가 토폴로지 변환 이후 어떻게 변화하는지를 나타내는 지표로써, 변환 전후 두 지점 사이의 유클리드 거리 비로 다음과 같이 정의된다[식 (4)].[9]

$$Q = \frac{F(x(t_b)) - F(x(t_a))^2}{x(t_b) - x(t_a)^2}$$
$$where\ t_a, t_b\ are\ arbitrary. \qquad (4)$$

2.4 데이터 분석

측정 노이즈 레벨에 따라 등거리 변환 특성치 (Q)가 어떻게 변화하는지 살펴보기 위해 개별 동

역학 시스템 별로 시간 응답 궤적, 즉 끌개 위에 있는 2,000쌍의 포인트를 랜덤하게 선정한 후 토폴로지 변환에 따른 등거리 변환 특성치의 평균값, 최대값, 최소값을 계산하였다. 이후, 노이즈 레벨에 따른 등거리 변환 특성치의 평균값, 최대값, 최소값이 통계적으로 유의미하게 변화하는지 알아보기 위해 선형회귀분석법을 적용하였다. 정규화된 데이터의 경향 분석 및 검증은 유의수준 $P<0.05$를 기준으로 이루어졌다.

3. 결 과

3.1 매립차원 증가에 따른 등거리 변환 특성

동역학 시스템의 고유벡터가 정준 기저 벡터인 경우, 매립차원(M)의 수가 일정수준(≈200) 이상으로 증가하면 등거리변환 특성치(Q)가 특정값(≈1)에 수렴하였다[Fig. 4(A)]. 비록 매립차원의 수가 작을 때에도 평균치는 수렴값과 유사했지만, 표준편차가 크고 최소값이 0에 가까웠다. 단, 매립차원의 수와 관계없이 최소값은 항상 0보다 컸다.

반면, 고유벡터가 임의의 복소행렬인 경우, 매립차원의 수가 증가해도 등거리 변환 특성치는 특정값에 수렴하지 않았다[Fig. 4(B)]. 고유벡터가 정준기저 벡터인 경우와 비교하면, 매립차원의 수와 관계없이 평균값은 1로부터 오프셋 값을 갖는 형태를 보였으며, 매립차원이 충분히 증가해도 표준편차가 일정수준 미만으로는 줄어들지 않았다. 하지만, 매립차원의 수를 증가시키다 보면 어느 순간(M>30) 평균 및 편차, 최소값의 변동폭이 거의 일정한 수준이 되는 것을 관찰할 수 있었고, 마찬가지로 매립차원의 수에 관계없이 등거리 변환 특성치의 최소값은 항상 0보다 컸다. 위의 결과를 바탕으로 이후의 분석은 매립차원을 250으로 세팅한 후 이루어졌다.

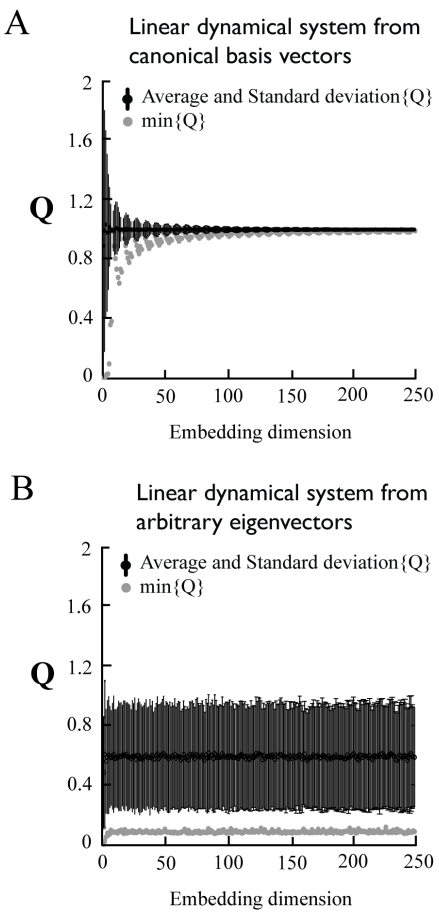

Fig. 4 Isometry factor (Q) vs. embedding dimension, tested with linear dynamical systems derived from (A) canonical basis vectors and (B) arbitrary eigenvectors. Black colored dots and lines represent average and standard deviation of the isometry factors, respectively, where gray colored dots represent minimum values of the isometry factors as the embedding dimension increases up to 250. In all cases, the isometry factors are larger than zero

3.2 노이즈 레벨에 따른 등거리 변환 특성

상태값 측정 시 노이즈가 수반되면 토폴로지 변환 후에도 자연히 매핑 에러가 발생했으며, 매핑 에러는 노이즈 레벨이 증가함에 따라 함께 증가하였다[Fig. 5(A)]. 매핑 에러는 그림에서 정의된 바와 같이 토폴로지 변환 시 원래의 상태값이 변환되는 지점과 노이즈가 수반된 상태값이 변환되는 지점 사이의 유클리드 거리를 바탕으로 계산되었는데[Fig. 5(A)], 노이즈 레벨이 증가함에 따라 비례적으로 증가하였다($P < 0.05$).

반면, 노이즈 레벨이 점차 증가해도, 즉 신호 대 잡음비가 무잡음(Noise free) 상태에서 12~15dB 수준으로까지 낮아져도 등거리 변환 특성치(Q)의 평균값[Fig. 5(B)], 최대값[Fig. 5(C)], 최소값[Fig. 5(D)]은 통계적으로 유의미하게 변화하지 않았다($P<0.05$).

4. 고 찰

4.1 측정 노이즈 레벨에 따른 토폴로지 변환

주기성을 갖는 시간 응답 측정 시 수반되는 노이즈는 해당 시변 응답을 토폴로지 변환하는데 있어 등거리 변환 특성에 큰 영향을 미치지 않았으며, 이는 동역학 시스템의 끌개를 위상차복원법을 사용하여 토폴로지 변환할 경우 시간지연맵에서 복원되는 형태학적 정보들이 측정 노이즈에 의해 크게 훼손되지 않음을 뜻한다.

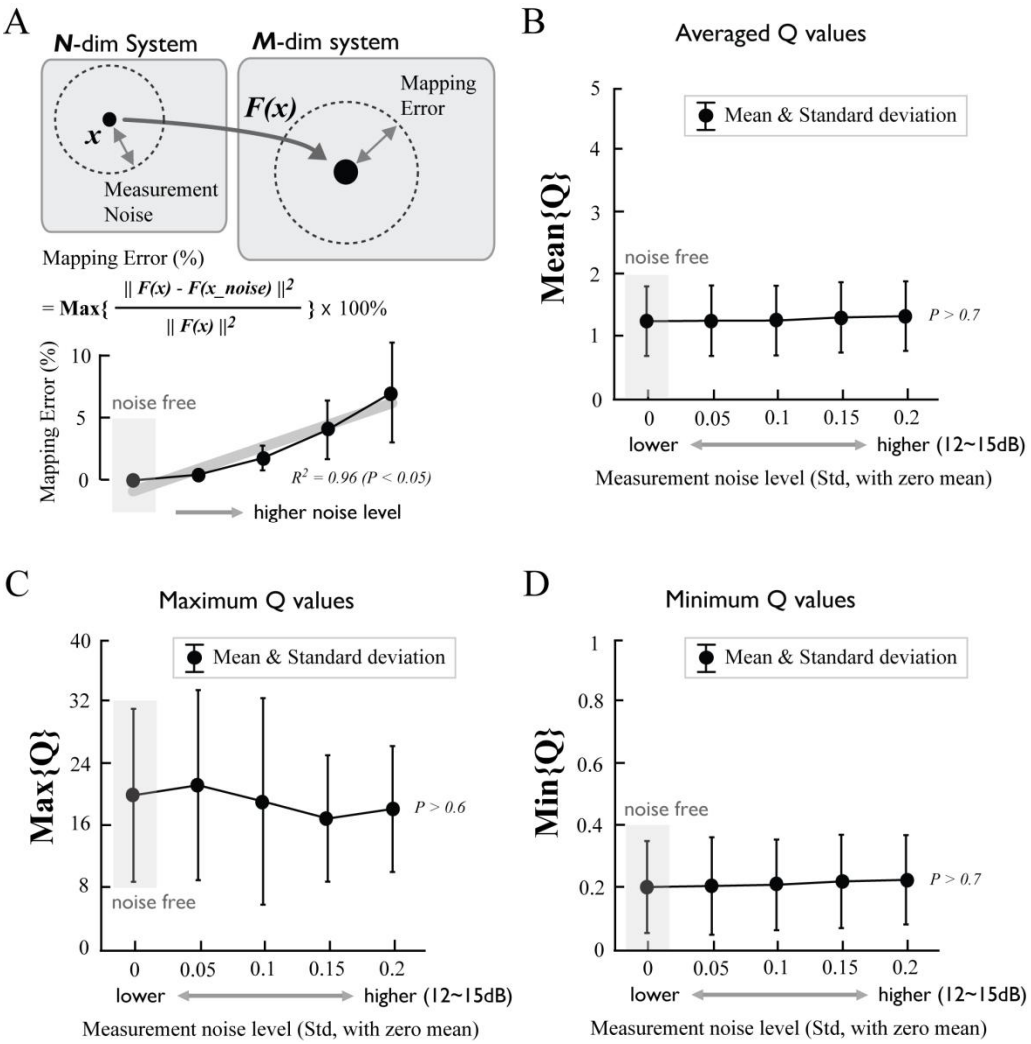

Fig. 5 Averages and standard deviations of (A) mapping error, (B) mean, (C) max, and (D) min, respectively, with increasing noise level. Because ten numbers of linear dynamical systems were analyzed, there are non-zero Std values for zero noise level in (B-D; shaded area). For each system, 2,000 pairs of random points were used to calculate the corresponding isometry factors

예를 들면, 컵 모양의 끌개를 위상차복원법을 사용하여 도넛 형태로 토폴로지 변환하는 경우, 측정 노이즈로 인해 원래의 도넛 모양이 크게 일그러지거나 변형되지는 않는다는 것이다(Fig. 6). 정리하면, 토폴로지 변환은 쌍방향 일대일 매핑이며, 서로 인접한 두 지점은 변환 후에도 여전히 서로 인접하기 때문에 측정 노이즈로 인해 등거리 변환 특성치(Q)의 평균, 최대, 최소값이 유의미한 수준으로 변하지 않는다면 복원되는 형태학적 정보들 또한 크게 달라지지는 않을 것이라고 추측할 수 있다.

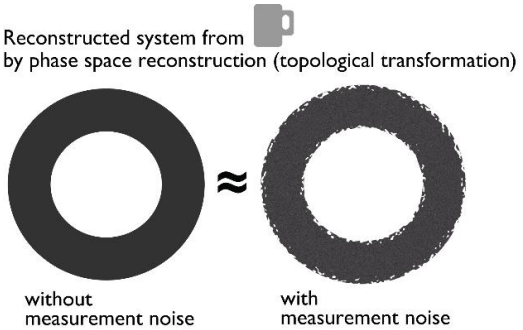

Fig. 6 Conceptual drawings of two doughnut shapes reconstructed from a cup image by topological transformation(right) w/ and(left) w/o observation noise

4.2 위상차복원된 신호의 반복 정량 분석법

시간지연맵에서 복원되는 형태학적 정보들이 측정 노이즈에 의해 심각하게 왜곡되지 않는다면, 반복 정량 분석법(Recurrence Quantification Analysis)을 활용하여 복원 전 동역학 시스템($\mathbb{R}^N$)의 규칙

적인 반복성(Regularity)을 정량적으로 측정할 수 있을 것이다.[3,14,15]

예를 들어, 보행, 런닝 등 주기성을 갖는 인체 운동 시 특정 부위로부터 획득한 생체운동역학 데이터(예: 머리, 몸통, 다리 분절의 시변 가속도 또는 관절각속도)를 전체 시스템과 연계해 해석해야 하는 경우 위상차복원법과 반복 정량 분석법을 순차적으로 활용할 수 있다.[1] 먼저, 복잡 다관절 형태인 생체의 특성상 1차원 시간 응답 데이터 만으로는 전체 시스템의 차원 및 동역학을 정확하게 파악할 수 없기에, 이를 위상차복원하여 원래의 시스템 끌개($\mathbb{R}^{N=unknown}$)와 위상동형인 M차원의 시스템 궤적으로 변환한다. 이후, 반복 정량 분석법을 사용하여 복원된 데이터를 분석하면 전체 시스템의 상태값들이 얼마나 규칙적으로 반복되고 있는지를 정량적으로 나타낼 수 있게 된다.[1, 16]

4.3 한계점

본 연구는 선형 시스템을 대상으로 수행되었으며, 백색 노이즈는 평균 0, 최대 편차 0.2로 설계되었다. 또한, 위상차복원에 필요한 시간지연값 계산시 측정 노이즈로 인한 시간 응답 궤적의 상호정보량 변화는 고려하지 않았다. 향후 비선형 시스템으로의 확장, 보다 폭넓은 신호 대 잡음비 구현, 노이즈 변화에 따른 상호정보량 변화 등에 관한 후속 연구가 진행될 수 있다.

후 기

This work was supported by the R&D Program at the Korea Institute of Machinery & Materials(KIMM), funded by the National Research Council of Science & Technology.

참고문헌

(References)

(1) Labini, F. S., Meli, A., Ivanenko, Y. P. and Tufarelli, D., 2012, "Recurrence Quantification Analysis of Gait in Normal and Hypovestibular Subjects," *Gait & Posture*, Vol. 35, No. 1, pp. 48~55.

(2) Packard, N. H., Crutchfield, J. P., Farmer, J. D. and Shaw, R. S., 1980, "Geometry from a Time Series," *Physical Review Letters*, Vol. 45, No. 9, p. 712.

(3) Thiel, M., Romano, M. C. and Kurths, J., 2004, "How Much Information is Contained in a Recurrence Plot?," *Physics Letters A*, Vol. 330, No. 5, pp. 343~349.

(4) Deyle, E. R. and Sugihara, G., 2011, "Generalized Theorems for Nonlinear State Space Reconstruction," *PLoS One*, Vol. 6, No. 3, p. e18295.

(5) Xu, P., 2009, "Differential Phase Space Reconstructed for Chaotic Time Series," *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 33, No. 2, pp. 999~1013.

(6) Eftekhari, A., Yap, H. L., Wakin, M. B. and Rozell, C. J., 2018, "Stabilizing Embedology: Geometry-preserving Delay-coordinate Maps," *Physical Review E*, Vol. 97, No. 2, p. 022222.

(7) Fraser, A. M. and Swinney, H. L., 1986, "Independent Coordinates for Strange Attractors from Mutual Information," *Physical Review A*, Vol. 33, No. 2, p. 1134.

(8) England, S. A. and Granata, K. P., 2007, "The Influence of Gait Speed on Local Dynamic Stability of Walking," *Gait & Posture*, Vol. 25, No. 2, pp. 172~178.

(9) Yap, H. L. and Rozell, C. J., 2011, "Stable Takens' Embeddings for Linear Dynamical Systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 59, No. 10, pp. 4781~4794.

(10) Cooper, R. A., DiGiovine, C. P., Boninger, M. L., Shimada, S. D., Koontz, A. M. and Baldwin, M. A., 2002, "Filter Frequency Selection for Manual Wheelchair Biomechanics," *Journal of Rehabilitation Research and Development*, Vol. 39, No. 3, pp. 323~336.

(11) Rosquist, P. G., Collins, G., Merrell, A. J., Tuttle, N. J., Tracy, J. B., Bird, E. T., Seeley, M. K., Fullwood, D. T., Christensen, W. F. and Bowden, A. E., 2017, "Estimation of 3D Ground Reaction Force Using Nanocomposite Piezo-Responsive Foam Sensors During Walking," *Ann. Biomed. Eng*., Vol. 45, No. 9, pp. 2122~2134.

(12) Wilderman, D. R., Ross, S. E. and Padua, D. A., 2009, "Thigh Muscle Activity, Knee Motion, and Impact Force During Side-step Pivoting in Agility-trained Female Basketball Players," *Journal of Athletic Training*, Vol. 44, No. 1, pp. 14~25.

(13) Agostini, V. and Knaflitz, M., 2012, "An Algorithm for the Estimation of the Signal-to-noise Ratio in Surface Myoelectric Signals Generated during Cyclic Movements," *IEEE Transactions on Bio-medical Engineering*, Vol. 59, No. 1, pp. 219~225.

(14) Zbilut, J. P., Thomasson, N. and Webber, C. L., 2002, "Recurrence Quantification Analysis as a Tool for Nonlinear Exploration of Nonstationary Cardiac Signals," *Medical Engineering & Physics*, Vol. 24, No. 1, pp. 53~60.

(15) Marwan, N., Romano, M. C., Thiel, M. and Kurths, J., 2007, "Recurrence Plots for the Analysis of Complex Systems," *Physics Reports*, Vol. 438, No. 5, pp. 237~329.

(16) Ramdani, S., Tallon, G., Bernard, P. L. and Blain, H., 2013, "Recurrence Quantification Analysis of Human Postural Fluctuations in Older Fallers and Non-fallers," *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 41, No. 8, pp. 1713~1725.